TEORIE MATEMATICKÉHO MODELOVÁNÍ

Jiří Pátek

Vyšší odborná škola informačních služeb
patek@sks.cz

ÚVOD

Již několik desetiletí jsou hitem světa informatické matematiky resp. matematické informatiky případně počítačové vědy (computer science) pojmy systém, systémový přístup, model, matematické modelování. Problém spočívá v tom, jak jsou tyto pojmy obsazeny a jak jsou interpretovány. Za velice zdařilé uvedení do problému je možné považovat heslo soustava uvedené v Ottově slovníku naučném [5] [17]. Proč začínáme pojmem systém snad bude zřejmé později. Ale již v tomto okamžiku je možné zaregistrovat dosti vysokou frekvenci výskytu termínů systém, systémový např. v „odborném okolí organizátora konference“ a různost náhledů na matematický model, matematické modelování vyplývající z obsahu konference. Ale také prostá inventura našich znalostí ve vztahu k matematickému modelování je dosti nesourodá (model lineárního programování, dynamické modely, rovnováha nabídky a poptávky jako abstraktní model, diskrétní číslicová simulace, nelineární modely atp.). Je tedy přirozená snaha takovou nesourodost odstranit, zvolit nějaký pořádací princip a vybudovat teorii matematického modelování jako zvláštní subjekt. Není nic objevného, když připomeneme, že první práce ve prospěch konstituování teorie matematického modelování byly realizovány na začátku 20. století (Gődelovy teorémy o úplnosti, Lőwenheim-Skolemovy teorémy). Celkově (a postupně) byla teorie matematického modelování vybudována a existuje od poloviny 20. století.

TEORIE MATEMATICKÉHO MODELOVÁNÍ

SOUČASNÝ STAV

Přestože výsledky teorie matematického modelování ovlivňují odbornou veřejnost již více jak půl století, různorodost související s matematickým modelováním v teoretické oblasti i ve výuce přetrvává. V podstatě se nadále nahlíží na matematické modelování jako na součást matematické logiky případně jako sjednocení algebry (jakékoliv) a logiky. Zajímavý je náhled na matematické modelování jako interdisciplinární oblast na rozhraní matematiky, filosofie a počítačové vědy. Snadno lze předložit k všeobecné diskusi názor, že výuka matematického modelování by mohla být zastřešena v akademickém prostředí vysoké školy ekonomické jedním odborným pracovištěm (jakým?). Možná struktura takové výuky by mohla vycházet z fundamentální práce [2], kterou lze chápat jako souhrn výstupů (soudobého) vědeckého zkoumání v oboru matematického modelování. Prakticky celý příspěvek vychází z této práce.

[17] Soustava čili systém....., jest spořádání sourodých poznatkův k vědeckému celku, jejichž porůzná mnohost uvádí se v takový přehled a jednotu, aby vidno bylo, jak vyvozeny jsou z jednoho principu všeobecného. Proto také každý mnohočástý celek, v nějž klademe neb v němž můžeme tušiti jednotný ideový základ neb všeobecný zákon, jest zván soustavou. Vystihnouti zákonnost jest dílem myšlení vědeckého.

ZÁKLADNÍ POJMY

Nelze nezahájit (nebo mírněji „dost dobře lze zahájit“) výklad základních pojmů některými myšlenkami z [1]. Str. 10 „...kdy Newton započal s účinnou matematizací přírody. Zjistili jsme, že svět je neuvěřitelně přizpůsoben prostému matematickému popisu. Už to, že svět je vyjádřitelný matematikou, můžeme považovat za záhadu; že však k tomu stačí *jednoduchá* matematika, kterou si lze osvojit za pár let usilovného studia,je záhada záhad“. Tamtéž str. 20 volně citováno „....věda není založena pouze na pozorování.......zároveň zjišťujeme předpovědi o tom, jak bude svět reagovat na nové situace...ale jádro vědeckého postupu spočívá v transformaci soupisů pozorovaných dat do zkrácené podoby, vznikající rozpoznáním řádu. Tento rozpoznaný řád dovoluje nahradit informační obsah pozorované řady událostí stručnou formulí, jejíž informační obsah je stejný nebo téměř stejný.....hovoříme potom o algoritmické stlačitelnosti...řetězec náhodných čísel nelze vyjádřit jinak, než výčtem. ale např. řetězec 2,4,6,8......atd. *ad infinitum,* je evidentně algoritmicky stlačitelný.....jsou to sudá kladná čísla nebo lépe kladná čísla, kde zbytek po dělení dvěma (modulo 2) je roven nule“ konec citace. Shrneme-li tyto myšlenky, pak vědu můžeme chápat jako hledání algoritmických stlačitelností nebo algoritmických stlačení. Přitom nezbývá než věřit, že vesmír je algoritmicky stlačitelný. Ještě jeden citát z [1] : „Lidský duch je nástrojem, který nám dovoluje takto zkrátit informační obsah reality. Mozek je nejúčinnější algoritmický kompresor informace, s jakým jsme se doposud v přírodě setkali.“. Myšlenky obsažené ve výše uvedených citacích bychom měli mít na paměti při osvojování si základních pojmů i dalších skutečností a souvislostí matematického modelování.

Matematické modelování

V matematice bývá dobrým zvykem uvádět definice, kde používané pojmy byly již dříve definovány (pokud se nejedná o pojmy, které nelze definovat nebo axiomy). Tímto způsobem lze zajisté objasnit základní pojmy matematického modelování. Ze *začátku* se však *na chvíli* odkloníme od tohoto dobrého zvyku. Můžeme si to dovolit, neboť nebudeme uvádět definice, ale „skorodefinice“. Hodges [2] hned v úvodu se pokouší podat *„definici“* teorie modelování jako studium (zkoumání) konstrukcí a klasifikací specifických tříd struktur. Je si vědom nedokonalosti této definice a proto postupně vše uvádí na pravou míru a nedefinované pojmy postupně definuje a zároveň podává důkazy. Snadno se lze ztotožnit s názorem, že *specifická třída struktur* může být jakákoliv třída kterou lze pojmenovat (např. Banachovy algebry, množiny grup atp.). *Konstrukce* evidentně znamená budování struktur resp. rodin struktur s určitými vlastnostmi (s takovými vlastnostmi, které nás zajímají jako např. grafy s velkým množstvím automorfismů (později) nebo grupy s velkým množstvím řešitelných rovnic či booleovské algebry resp. rodiny booleovských algeber. *Klasifikace* struktur představuje seskupování struktur do podtříd tak, že každá struktura náleží právě jedné podtřídě. Klasickým příkladem je klasifikace vektorových prostorů podle dimenze vektorového prostoru. Důležité je, že teorie modelování zkoumá konstrukce a klasifikace tříd struktur téměř universálními metodami použitelnými pro velké množství odlišných tříd struktur. Ideálními metodami by zřejmě byly metody použitelné pro všechny třídy struktur. Avšak často se spokojíme s metodami použitelnými pro více jak jednu třídu struktur.

Matematická struktura

Laskavý čtenář si zajisté povšimnul, že v části *matematické modelování* jsme se úspěšně a důsledně vyhnuli objasnění pojmu matematická struktura případně jenom struktura a dále již tento oprávněný požadavek nelze ignorovat. S nějakým typem struktury pracuje každý matematik (moduly, grupy, řetězce, pole, uspořádání, algebra atp.). Mezi specialisty např. z oboru grup a specialisty teorie modelování však můžeme pozorovat jistý rozdíl. Tento rozdíl lze dobře vysvětlit na jednoduchém příkladu. Chtějme porovnat dvě struktury a zkoumat homomorfismus z jedné struktury do druhé a chtějme vysvětlit pojem homomorfismus. Specialista v oboru grupy pravděpodobně odpoví, že homomorfismus z grupy G do grupy H je zobrazení, které převádí násobení v grupě G na násobení v grupě H. V teorii matematického modelování je takové tvrzení *zobecněno* pro jakoukoliv strukturu takto: Homomorfismus ze struktury A do struktury B je zobrazení, které převádí každou operaci v A na operaci se stejným jménem v B. Tento jednoduchý příklad může být základem pro pochopení snah a tendencí pracovat metodami platnými ve „veškerém matematickém modelování". Za pozornost stojí skutečnost, že mimořádně důležité je pojmenování (operací, prvků). A to tak důležité, že se obecně doporučuje nejdříve pojmenovat a teprve potom rozhodnout, jak se mají (operace, prvky) chovat. V tomto okamžiku jsme již připraveni uvést klasické definice používané v obecné teorii matematického modelování [2]. I když se může zdát, že jsme v definicích nadále nedůslední v používání pojmů dříve nedefinovaných, není tomu tak. Prostě implicitně předpokládáme znalost např. pojmu zobrazení, doména, kardinalita, n-ární relace atp.

Definice struktury:

Struktura A je objekt s těmito 4 složkami:

1. Množina nazývaná doména struktury A (píšeme dom(A) nebo dom A) někdy také nazývaná universum. Prvky domény dom(A) nazýváme prvky struktury A. Kardinalita struktury A (symbolicky $|A|$) je definována jako kardinalita $|\text{dom } A|$ domény dom (A).

2. Množina prvků struktury A nazývaná konstantní prvky(pokud c je konstanta, píšeme c^A pro konstantní prvek se jménem c).

3. Množina n-árních relací (pro každé celé kladné n) na dom (A) (tj. podmnožiny (dom $A)^n$) pojmenovaných odpovídajícími relačními symboly. Pokud je R relační symbol, píšeme R^A pro relaci se jménem R.

4. Pro každé kladné celé číslo n množina n-árních operací na dom (A) (tj. množina zobrazení z (dom $A)^n$ do dom (A)) pojmenovaných odpovídajícími funkčními symboly. Když je F funkční symbol, píšeme F^A pro funkci pojmenovanou symbolem F. Struktury se obvykle označují písmeny velké abecedy *A, B, C,....* V úvahu je nutné vzít i sekvence symbolů (řetězce, n-tice)[18].

Příklady struktur

Pro objasnění pojmu struktura ve smyslu předchozí definice lze využít příkladů struktur, u kterých lze více či méně předpokládat jejich znalost.

1.*Grafy*. Graf je množina vrcholů V a množina hran E, kde každá hrana je množina dvou různých vrcholů.[19] Symbol (v,w) obvykle představuje hranu, která vznikla spojením vrcholů v a w. Znázornění (kreslení) grafu je evidentní. Konverze resp. představa grafu G jako struktury může být následující: Vrcholy jsou prvky struktury G s jednou binární relací R^G, kdy uspořádaná dvojice (v,w) náleží relaci R^G tehdy a jen tehdy, jestliže jsou vrcholy v a w spojeny hranou.

2.*Lineární uspořádání.* Nechť $\leq$ je lineární uspořádání množiny X. Potom můžeme lineární uspořádání $(X, \leq)$ konvertovat do struktury A následovně: Doménou struktury A je množina X. Ve struktuře existuje jedna binární relace R s interpretací, že R^A je uspořádání $\leq$. [20]

[18] V jazyce anglickém se pro sekvence resp. pro řetězce používá termín „tuple" . Pro sekvence délky n termín „n-–tuple", kde se nabízí jako vhodný překlad n-–tice.
[19]V jazyce anglickém V vertices, E edges.
[20] Obvykle používáme místo symbolu R přímo relační symbol $\leq$.

3. *Grupy.* Na grupu můžeme nahlížet jako na strukturu G s jednou konstantou 1 nazývanou identita a značenou 1^G, s jedním binárním funkčním symbolem $\cdot$ označujícím operaci grupového násobení resp. násobení v grupě a označenou $\cdot^G$ a s jedním unárním funkčním symbolem $^{-1}$ nazývaným inverzní operace a značeným $^{-1^G}$. Každá jiná grupa využívá stejné symboly.

4. *Vektorové prostory* . Nejpoužívanější způsob konverze vektorového prostoru na strukturu je následující: Nechť V je vektorový prostor nad polem skalárů K . Doménou V je množina vektorů prostoru V . Struktura obsahuje jeden konstantní prvek 0^V (počátek vektorového prostoru). Dále jednu binární operaci $+^V$ sčítání vektorů, unární operaci $-^V$ pro aditivní inverzi. Pro každý skalár (pro každou konstantu) k existuje unární operace k^V, která představuje násobení vektoru skalárem k. Zřejmě je operace $-^V$ redundantní, neboť znamená totéž co operace $(-1)^V$.

Definice struktury v žádném případě nevypovídá nic o způsobu jak jednotlivé složky struktury zařazujeme do jediné entity. Proto je důležité rozumět používaným symbolům. Je vhodné u každého vztahu uvádět legendu (i opakovaně).

Např. zápis (R, +, -, ·, 0, 1, ≤)

R......doména struktury je množina reálných čísel

0......konstanta 0 nazývaná číslo 0

1......konstanta 1 nazývaná číslo 1

≤......binární relační symbol uspořádání

+......binární funkční symbol sčítání

· **......**binární funkční symbol násobení

- ....unární funkční symbol minus

Signatury

Signatura struktury je další ze základních a sjednocujících pojmů obecné teorie modelování. Český ekvivalent tohoto pojmu pravděpodobně nenajdeme (nezdá se, že by ho někdo hledal). Pokusme se o definici *signatury struktury* (lépe asi o vysvětlení pojmu *signatura struktury*):

Signatura struktury je určena množinou konstant struktury A a pro každé $n > 0$ množinou n-árních relačních symbolů a množinou n-árních funkčních symbolů struktury A.

Takovému vymezení pojmu signatura struktury se dá zpočátku nerozumět. V dalším výkladu se pravděpodobně situace zlepší. Především se předpokládá, že signaturu struktury můžeme číst přímo ze struktury (viz příklady struktur). Pokud se stále situace nezlepšila, nabízíme konkrétní příklad signatury části algebry nazývané většinou *okruhy* (*rings*) :

L_{ring}={ x, +, -, 0, 1 } kde

x, +.......binární operátory

- ....unární operátor

0, 1 ....konstanty (někdy také nulární operátory)

Signatury se označují téměř vždy symbolem L (viz předchozí příklad signatury). Dá se očekávat, že je dosti známá skutečnost, že symbol L se používá jako symbol pro jazyk. To proto, že na signaturu se můžeme dívat jako na rudimentární (základní, počáteční) jazyk vypovídající o struktuře A. Pokud má struktura A signaturu L, říkáme, že A je L struktura. Pro další přemýšlení o již uvedeném i očekávaném viz [21]. Signatura bez konstant nebo bez funkčních symbolů se nazývá relační signatura. Signatura bez relačních symbolů se (někdy) nazývá algebraická signatura.

Homomorfismy a substruktury

Již chápeme, že teorie modelů se zabývá zkoumáním obecného pojmu matematická struktura a platnosti nějakého tvrzení v této struktuře. Zajímá se zejména o pojmy homomorfismus struktur, definovatelnost, vnoření, axiomatizovatelnost atp. K tomu používá metody teorie množin často s přijetím či odmítnutím nějakého dodatečného množinového axiomu.[22] Ještě uvidíme, že model je sémantický pojem, který umožňuje mluvit o pravdivosti formulí. Pojem homomorfismus je dosti známý (a často prověřovaný). Je ale dosti logicky náročný zejména ve své čistě teoretické podobě. Posuďme *definici* homomorfismu:

Nechť L je signatura a A a B jsou L struktury. Potom homomorfismus f z A do B (symbolicky $f\colon A \to B$) rozumíme funkci f z dom(A) do dom(B) s následujícími třemi vlastnostmi:

1. Pro každou konstantu c náležící L platí $f(c^A) = c^B$.

2. Pro každé $n > 0$ a každý n-ární relační symbol R signatury L a řetězec $\overline{a}$ z A *délky* n pokud $\overline{a} \in R^A$ pak $f\overline{a} \in R^B$. [23]

3. Pro každé $n > 0$ a každý n-ární funkční symbol F signatury L a řetězec $\overline{a}$ z A *délky* n platí $F^A(\overline{a}) = F^B(f\overline{a})$.

Pokud si duševně přivlastníme tuto definici homomorfismu a rozumíme termínům surjektivní zobrazení (např.funkce „na“), injektivní zobrazení (např. prostá funkce) a bijektivní zobrazení (např. vzájemně jednoznačná funkce), viz [4] str.43, pak si můžeme definovat další pojmy související s podobností struktur.

Vnoření (embedding i jiný český termín „vložení“) A do B je homomorfismus $f\colon A \to B$, který je injektivní a navíc vyhovuje silnějšímu požadavku uvedenému pod bodem 2 a sice

4. Pro každé $n > 0$ a každý n-ární relační symbol R signatury L a řetězec $\overline{a}$ z A *délky* n pokud $\overline{a} \in R^A \Leftrightarrow f\overline{a} \in R^B$.

A můžeme pokračovat

isomorfismus je surjektivní vnoření

endomorfismus A je homomorfismus $f\colon A \to A$

automorfismus A je isomorfismus $f\colon A \to A$

K uvedeným definicím lze přidat další teorémy. Např. pokud je L signatura a A, B, C a $f\colon A \to B$; $g\colon B \to C$ jsou homomorfismy, pak složené zobrazení gf je homomorfismus z A do C.

Také substruktury lze definovat s využitím definice struktury a signatury. Např. pokud A a B jsou L struktury s relací inkluze dom(A) $\subseteq$ dom(B) a toto zobrazení je vnoření (embedding)

[21] Na adrese http://cs.wikipedia.org/wiki/Jazyk_(logika) je signatura definovaná jako funkce □ na množině všech mimologických symbolů přiřazující každému mimologickému symbolu S přirozené číslo $\sigma(S)$ nazývané četnost nebo také arita symbolu S tak, že $\sigma(c) = 0$ pro každý konstantní symbol c. Obdobně i pro funkční nebo predikátové symboly četnosti n. Jazykem se potom rozumí trojice $\langle LS, MLS, \sigma\rangle$, kde LS jsou logické symboly jazyka a MLS jsou mimologické symboly.

[22] Například [2] uvádí, že důsledně vychází ze Zermelo–Frankelovy teorie množin rozšířené o axiom výběru – teorie ZFC a nikdy nepředpokládá platnost hypotézy kontinua.

[23] Pokud je $\overline{a} = (a_0, a_1, ...a_{n-1})$, pak $f\overline{a}$ znamená řetězec $(fa_0, fa_1, ...fa_{n-1})$

čili i: dom(A) $\rightarrow$ dom(B) je vnoření, pak říkáme, že B je extenze A nebo, že A je substrukturou B (symbolicky $A \subseteq B$).

Další části obecné teorie modelování

Pokud přijmeme [2] za výchozí učebnici obecné teorie modelování, bylo by možné pokračovat v obdobném výkladu např. následujících částí

- termy a atomické formule jako prostředek pro definování jazyka
- parametry a diagramy jako prostředek pro zjednodušení práce s interpretací proměnných
- kanonické modely pro konverzi množiny atomických sentencí do struktury

Dále potom *klasifikace struktur*, kterou je možno chápat jako elementární teorii matematických klasifikací pomocí vzorců (lépe asi výraz *formule)* nebo jako definice různých struktur. Tyto partie mohou obsahovat

- definice a konstrukce jazyků, jejich úrovně
- definovatelné podmnožiny
- definovatelné třídy struktur
- základy logiky
- klasifikace formulí pomocí zobrazení
- klasifikace zobrazení pomocí formulí
- překlady formulí

Následovat by mohla část věnovaná podobným strukturám (*structures that look alike),* vysvětlující

- Skolemovy teorémy, Skolemovy funkce pro zkoumání nespočetných struktur pomocí spočetných struktur
- hry (s elementární ekvivalencí, uzavřené hry, hry a nekonečné jazyky
- uzavřené neohraničené množiny

Uvažovat lze také o části *automorfismus*

- automorfismus a spočetné struktury
- podgrupy (lépe subgrupy)
- imaginární prvky a jejich eliminace

Dalo by se pokračovat i dalšími mimořádně zajímavými pasážemi (např. kombinatorika, interpretace struktury v jiné struktuře, transcendentní struktury, součiny, ultrasoučiny, booleovské mocniny atd. To však není smyslem tohoto příspěvku. Stačí, když budeme vědět, že „něco takového existuje" a že *může* nastat situace, kdy se bude jevit jako žádoucí zařadit oblast obecné teorie modelování do širšího povědomí a tedy asi také do výuky. Neumím si však dost dobře představit jak by se toto „zjevení" realizovalo „s jedním semestrem vyšší matematiky za zády". Každopádně po zvládnutí fundamentálních částí obecné teorie modelování lze mnohem snadněji řešit problematiku výuky související s teoretickou informatikou resp. s počítačovou vědou (computer science).

Pokud přijmeme „za své“ základy obecné teorie modelování, můžeme chápat teoretickou informatiku jako „případovou studii“ nebo jako aplikaci teorie modelování na oblast počítačové vědy. V současné době probíhá v některých specializacích VŠE výuka tohoto předmětu v průběhu jednoho semestru s klasickou dotací 2+2 hod. Tuto skutečnost lze hodnotit jako snahu o výraznou modernizaci výuky (avšak bez znalosti úrovně výuky a bez znalosti výstupů, ale také s vědomím že tomu tak bylo na úkor jednoho semestru „klasické“ vyšší matematiky). Následující část příspěvku je možno chápat jako názor na možný (žádoucí) obsah problematiky teoretické informatiky s vědomím, že existuje obecná teorie matematického modelování.

Matematická logika

– mohutnost (kardinalita) množin

– relace

– výroková logika (úplné systémy logických spojek, normální formy)

– booleovský kalkul

– predikátová logika

– rezoluční metoda ve výrokové a predikátové logice, skolemizace

Formální jazyky a gramatiky

– formální jazyk a signatura struktury

– formální gramatiky

– hierarchie jazyků a gramatik

Automaty

Tuto část teoretické informatiky můžeme zkoumat a vyučovat „ z pozic teorie modelování“. Např. [3] str. 41 uvádí jeden z automatů a sice konečný automat jako systém[24] (či model systému) pro rozpoznávání posloupností symbolů splňujících určité jednoduché podmínky. Již v definici konečného automatu figuruje uspořádaná pětice a jedním z prvků této pětice přechodová funkce. V zobecněné přechodové funkci figurují zobrazení. Je téměř jisté, že se podaří konvertovat každý konečný automat na matematickou strukturu. Pokud by naše víra v konverzi na strukturu byla nedostačující, mohla by nás přesvědčit skutečnost, že konečný automat lze prezentovat pomocí grafu a konverze grafu na strukturu je v tomto příspěvku ukázána. Lze se domnívat, že tato zmínka se týká všech typů automatů. Tedy deterministických i nedeterministických, sekvenčních strojů, zásobníkových automatů a konečně i Turingova stroje jako univerzální výpočetní prostředek.

Turingovy stroje

V tomto okamžiku již pravděpodobně není třeba přesvědčovat čtenáře o úzké souvislosti Turingova stroje a matematické struktury. Definice Turingova stroje je podána pomocí uspořádané šestice obsahující symboly, zobrazení i funkce (přechodová). Bude však třeba se

[24] Pro vysvětlení zmínky o frekvenci výskytu pojmu systém v úvodu příspěvku ve vztahu k teorii modelování může sloužit následující názor autora příspěvku: Systém by měl být chápán jako nehmotná entita účelově definovaná na hmotné, ale i nehmotné realitě. V tomto pojetí je možno systém chápat jako matematický model. To umožní využít metod vyvinutých v obecné teorii modelování. Zároveň by mohlo dojít ke snížení frekvence výskytu termínu systém, systémový atp. a také by se ztížila možnost pokládat studentům ne příliš jednoznačné otázky typu „systémová metodologie“.

„vypořádat“ s jinou skutečností. Turingovy stroje jsou univerzální algoritmický prostředek pro popis jazyka (či signatury?). Je to také prostředek pro realizaci výpočtu a nejen to. Turingovy stroje patří mezi tradiční univerzální výpočetní modely. Zároveň můžeme chápat Turingův stroj jako model počítače, tedy model reálného objektu, na kterém jsou realizovány jiné matematické modely.[25] Dále, každý model jako formalizace algoritmu je možno vyřešit Turingovým strojem nebo strojem RAM (v tomto ohledu jsou tyto dva stroje ekvivalentní. Čili ke každému algoritmu je možné zkonstruovat s ním ekvivalentní Turingův stroj. Ještě na jednu skutečnost bude třeba reagovat. Lze zkonstruovat Turingův stroj, který dokáže simulovat (modelovat?) činnost libovolného Turingova stroje, jehož zakódovaný popis obdrží ve formě vstupního slova na pásce. A právě tento univerzální Turingův stroje je teoretickým modelem (lépe asi matematickým modelem nebo jen modelem) počítače. Dostane-li program (rozuměj kód jiného Turingova stroje) a potřebná data (konstanty) pak provede výpočet. V souvislosti s Turingovými stroji by mohla být částečně řešena i problematika algoritmické řešitelnosti problémů a výpočetní složitosti.

ZÁVĚR

Příspěvek je motivován pocitem potřeby dát do širšího povědomí existenci obecné teorie matematického modelování. Zároveň vyjádřit přesvědčení, že lze najít způsob jak odstranit nesourodost v tak užitečném (a „elegantním“) oboru a dále, že tato teorie by měla být nějakou formou zařazena do výuky v akademickém prostředí ekonomické vědy i v souvislosti s teoretickou informatikou resp. počítačovou vědou. Je to pouze velmi stručná informace, avšak nelze vyloučit alternativu, že případné reakce na uvedené názory mohou být přínosné (snad pozitivní, pro koho? pro co?).

LITERATURA

[1] BARROW, John D. *Teorie všeho.* Jan Novotný. 1. vyd. Praha : Mladá Fronta, 2003. 269 s. ISBN 80-204-0602-6.

[2] HODGES, Wilfrid. *Model Theory*. 3rd edition. Cambridge : Cambridge University Press, 1993. 527 s. ISBN 0 521 30442 3.

[3] JANČAR, Petr. *Teoretická informatika : učební text.* 1. vyd. Ostrava : Ediční středisko VŠB-TUO, 2007. 330 s. Dostupný z [1] WWW: <http://www.kubaz.cz/texty/JancarTeoretickaInformatika.pdf>.

[4] MATOUŠEK, Jiří, NEŠETŘIL, Jaroslav. *Kapitoly z diskrétní matematiky*. 2. vyd. Praha : Karolinum, Ovocný trh 3 Praha 1, 2002. 381 s. ISBN 80-246-0084-6.

[5] OTTO, Jan. *Ottův slovník naučný : Illustrovaná encyklopedie obecných vědomostí.* 1. vyd. Praha : Vydavatel a nakladatel Jan Otto, 2005. 23. sv. str. 732

[6] *Wikipedie : otevřená encyklopedie* [online]. [2007], 2007 [cit. 2007-¨05-07]. Dostupný z WWW: <www.wikipedie.org>.

[25] Další model počítače vyvinutý o několik desetiletí později než Turingův stroj je stroj RAM (Random Access Machine). Velmi se již blíží konstrukci dnešních počítačů. Přesto se jedná o abstrakci (procesoru, strojového kódu a lineární paměti [3]str 154.